Généralisation supersymétrique de l'infini null

Noémie Parrini [1] & Nicolas Boulanger [2] & Yannick Herfray [3]

[1] *Service de Physique de l'Univers, Champs et Gravitation, Université de Mons 20 place du Parc, 7000 Mons, Belgium, noemie.parrini@umons.ac.be*
[2] *Service de Physique de l'Univers, Champs et Gravitation, Université de Mons 20 place du Parc, 7000 Mons, Belgium, nicolas.boulanger@umons.ac.be*
[3] *Institut Denis Poisson UMR 7013, Université de Tours, Parc de Grandmont, 37200 Tours, France, yannick.herfray@univ-tours.fr*

Résumé. Dans cet exposé, nous étudions la compactification conforme de l'espace de super Minkowski, qui est une généralisation du cas usuel de compactification conforme de Minkowski. Nous proposons une décomposition de ce super espace compactifié en sous-espaces invariants sous l'action du groupe de super Poincaré. Ceci mènera à une description géométrique du "super infini nul" comme sous-espace du bord de super Minkowski.
Mots-clés. Physique mathématique, géométrie asymptotique, supergéométrie

Abstract. In this talk, we review the conformal compactification for the super Minkowski space, which is a generalisation of the usual case of the conformal compactification of Minkowski. We propose a decomposition of the compactified superspace in subspaces invariant under the action of the super Poincaré group. This will lead to a geometric description of the super null infinity as a subspace of the boundary of super Minkowski.
Keywords. Mathematical physics, asymptotic geometry, supergeometry

1 Résumé long de la communication

Depuis les travaux précurseurs de R. Penrose (1963), l'holographie est un concept qui a pris une place très importante en physique théorique. Le cas des espaces-temps asymptotiquement plats est particulièrement intéressant à étudier puisqu'il permet de modéliser toutes sortes de phénomènes physiques, comme les systèmes isolés. L'idée très générale de l'holographie est d'obtenir des informations sur l'espace-temps à partir de l'étude du "bord" de celui-ci. Une manière efficace de travailler sur ce "bord" est de réaliser une compactification conforme de l'espace-temps, permettant ainsi de traiter l'infini comme un simple sous-espace de l'espace compactifié. Un sous-ensemble de ce bord est appelé infini de genre lumière, c'est une hypersurface nulle de la variété compactifiée, appellé $\mathscr{I}$.

Il a été montré dans un article de Bondi, Van der Burg, Metzner (1962) et Sachs (1962) que le groupe de symétries asymptotique de tels espaces était un groupe infini dimensionnel, contenant le groupe de Poincaré, qui fut dès lors nommé groupe BMS. Plus récemment, le groupe BMS a été réalisé dans un contexte plus géométrique par Duval, Gibbons et Horvathy (2014), ce qui lui a redonné une certaine popularité en physique. En effet, le groupe BMS peut également être vu comme le groupe d'automorphismes de la structure géométrique à l'infini null.

D'autre part, le rôle important de la supersymétrie en physique n'est plus à prouver. En théorie quantique des champs, les champs de Fermi obéissent non pas à des règles de commutation mais d'anticommutation, nécessitant l'introduction d'éléments de l'algèbre de Grassmann.

L'étude de la géométrie des espaces supersymétriques, la supergéométrie, a été developpée en mathématiques par exemple par F. A. Berezin (1987), B. De Witt (1992) ou encore Yu. Manin (1988). La subtilité de la supergéométrie en fait un sujet difficile à appliquer en pratique.

Il nous semble donc naturel, pour des raisons physiques et géométriques, d'essayer de généraliser les travaux sur les espaces asymptotiquement plats dans un contexte supergéométrique, et de voir jusqu'où nos intuitions du cas usuel peuvent être étendues au cas supersymétrique.

Pour cela et pour faire le lien avec les applications physiques, nous commençons par construire des exemples concrets de super-espaces asymptotiquement plats. Le cas de l'espace de super-Minkowski en quatre dimensions $M^{1,3|N}$ est traité. Une définition de la compactification conforme de super-Minkowski est proposée, en accord avec par exemple Yu. Manin (1988). Cette définition généralise la définition de la compactification conforme de (la complexification de) Minkowski en termes de twisteurs.

Nous avons décomposé cette compactification de super-Minkowski en sous-espaces invariants sous le groupe de super Poincaré. Cela permet de repérer le candidat pour une généralisation supersymétrique naturelle de $\mathscr{I}$, vu comme hypersurface de la compactification et invariante sous super Poincaré. Une description de super $\mathscr{I}$ comme espace homogène pour super Poicaré est également obtenue et permet d'aborder cette partie du bord de façon géométrique.

D'autre part, notons que certains travaux de Awada, Gibbons et Shaw (1986) existent déjà sur la généralisation super symétrique de BMS. Il s'agirait de retrouver ces résultats par des considérations plus globales de géométrie, et en commençant par des exemples concrets, en étudiant la supergéométrie sur ce super $\mathscr{I}$. Ceci fait partie d'un travail toujours en cours actuellement.

Bibliographie

R. Penrose. (1963). *Asymptotic properties of fields and space-times* Phys. Rev. Lett. 10, 6668.

Bondi, H.; Van der Burg, M.G.J.; Metzner, A. (1962),*Gravitational waves in general rela-*

tivity: VII. Waves from axisymmetric isolated systems, Proceedings of the Royal Society of London A. 269 (1336): 2152.

C. Duval, G. W. Gibbons, P. A. Horvathy (2014) *Conformal Carroll groups and BMS symmetry*. Class.Quant.Grav. 31, 092001.

Sachs, R. (1962). *Asymptotic symmetries in gravitational theory* Physical Review. 128 (6): 28512864.

Berezin, F. A. (1987), *Introduction to Superanalysis*, D. Reidel.

DeWitt, B. (1992). *Supermanifolds* (2nd ed., Cambridge Monographs on Mathematical Physics). Cambridge: Cambridge University Press.

Manin, Yu. (1988), *Gauge Field Theory and Complex Geometry*, Springer Verlag.

M.A. Awada, G.W. Gibbons, W.T. Shaw.(1986) *Conformal supergravity, twistors and the super-bms group*, Annals Phys. 171, 52.